



▷ Resolver cada ejercicio en una hoja separada . ▷ El examen es a libro abierto y puede usarse lo demostrado en clase o en ejercicios de las guías con referencias claras y precisas de dónde vienen. ▷ Se debe justificar todas las respuestas. ▷ Poner nombre y LU en todas las hojas. Se debe justificar todas las respuestas. ▷ El examen se aprueba con al menos 2 ejercicios complementamente bien resueltos y se promociona con al menos 3 en esa condición.	Nombre y Apellido:	Nota:			
	Libreta Universitaria:	Ej. 1	Ej. 2	Ej. 3	Ej. 4

Ejercicio 1. Sea $a : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ una función tal que, para toda función f unaria p.r., existe un $e_f \in \mathbb{N}$ tal que $a(y) \geq f(y)$ para todo $y > e_f$.

- Decidir si a es p.r. o no, y demostrarlo.
- Decidir y demostrar si la siguiente afirmación es verdadera o no:
 ‘Si g es una función unaria tal que existe un e y una función p.r. f con $g(y) \leq f(y)$ para todo $y \geq e$, entonces g es p.r.’.

Ejercicio 2. Sea $k \in \mathbb{N}$. Para cada k , definimos $f_k : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ una función tal que:

$$f_k(x) = \begin{cases} 1 & \text{si existe } y_0 \text{ tal que para todo } y \text{ a partir de } y_0 \text{ vale que } \Phi_x(y) \downarrow \text{ y } \Phi_x(y) \geq k \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Decidir si hay algún valor de k tal que f_k sea computable, y en tal caso especificar todos los valores de k tales que f_k es computable. Justificar.

Ejercicio 3. Sea $\text{TOT} = \{\#p : \Psi_p^{(1)} \text{ es total}\}$ y $\text{T} = \{\#p : \text{Im } \Psi_p^{(1)} = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ es múltiplo de } 3\}\}$.

- Demostrar que es posible calcular TOT usando T (i.e., reducir TOT a T).
- Dado que TOT no es c.e. ni co-c.e. ¿es T computable? ¿es T c.e.? Demostrar.

Ejercicio 4. Definimos el siguiente predicado

$$f(v, k, n, p) = \begin{cases} 1 & \text{si la variable con número } v \text{ vale } k \text{ en algún momento del cómputo de } p \text{ con entrada } n \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Sea $Q = \{\langle v, k, n, p \rangle \mid f(v, k, n, p) = 1\}$. Decidir si Q es computable, c.e., o co-c.e. Justificar.