Tema 2

1	2	3	4
B	B	R+	B

CALIF.
9

APELLIDO Y NOMBRE: TURNO: Práctica 2
NRO. LIBRETA: CARRERA: Computación

Primer Recuperatorio Primer Parcial - 13/07/2024 - 1er. Cuatrimestre 2024

Análisis I - Análisis Matemático I - Matemática 1 - Análisis II(C)

---

1. Sea C la curva intersección de las superficies

$$z = x^2 + y^2 \qquad\qquad x + 2y - z = 1.$$

   (a) Hallar una parametrización de C, es decir, una función $\mathbf{r} : I \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ cuya imagen sea la curva C.

   (b) Calcular la recta tangente a la curva C en el punto (0,1,1).

---

2. Dada la función

$$f(x,y) = \frac{(y+1)^2 xy^2 + a\,\mathrm{sen}(x^2)y}{x^4 + e^x y^2}.$$

Calcular $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$ para $a = 0$ y $a = 1$.

---

3. Dada la función:

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{y^4\cos(x) + \mathrm{sen}\left((x-1)^2 y\right)}{\frac{1}{3}(x-1)^2 + y^2} & \text{si } (x,y) \neq (1,0) \\[2ex] 0 & \text{si } (x,y) = (1,0). \end{cases}$$

   (a) Estudiar la continuidad de f en su dominio.

   (b) Decidir si f es diferenciable en $(1,0)$.

---

4. (a) Probar que la ecuación

$$ye^{xz} + xz^2 + x^2 y = yz$$

define implícitamente una función diferenciable $x = \varphi(y,z)$ en un entorno del punto $(2,1)$ tal que $\varphi(2,1) = 0$.

   (b) Sea $\alpha(t) = (2e^{2t}, 1 - \sin(t))$. Calcular $\dfrac{\partial(\varphi\circ\alpha)}{\partial t}(0)$.

Justifique sus respuestas

Complete esta hoja con sus datos y entréguela con el resto del examen

HOJA N°

FECHA 9/12/1

(Ejercicio 1)

Sea C la curva intersección de

- $z = x^2 + y^2$: ec 1
- $x + 2y - z = 1$: ec 2

a) hallar una parametrización de C

b) Calcular la recta Tangente a la curva C en el punto $(0,1,1)$

a) Busco expresar ambas ecuaciones en función de x e y.

Sea ec 2

$$x + 2y - z = 1$$

$$z = x + 2y - 1$$

Luego uso ec 2 en ec 1

$$z = x^2 + y^2$$

$$x + 2y - 1 = x^2 + y^2$$

$$0 = x^2 + y^2 - x - 2y + 1$$

CA: Busco completar cuadrados

- $x^2 - x \Rightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} = x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}$

$$= x^2 - x$$

- $y^2 - 2y \Rightarrow (y-1)^2 - 1 = y^2 - 2 \cdot y \cdot 1 + 1^2 - 1$

$$= y^2 - 2y + 1 - 1$$

$$= y^2 - 2y$$

fin CA.

NOTA

$$0 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + (y-1)^2 \cancel{-1} + 1$$

$$0 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y-1)^2 - \frac{1}{2^2}$$

$$\frac{1}{2^2} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y-1)^2$$

Expreso esta ecuación en coordenadas cilíndricas para que la parametrización sea más sencilla.

$$r = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} x - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \cos\theta \\ y - 1 = \frac{1}{2} \operatorname{sen}\theta \\ z = x + 2y - 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2}\cos\theta + \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2}\operatorname{sen}\theta + 1 \\ z = \left(\frac{1}{2}\cos\theta + \frac{1}{2}\right) + 2\left(\frac{1}{2}\operatorname{sen}\theta + 1\right) - 1 \end{cases}$$

$$z = \frac{1}{2}\cos\theta + \frac{1}{2} + \operatorname{sen}\theta + 2 - 1$$

$$z = \frac{1}{2}\cos\theta + \operatorname{sen}\theta + \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2}\cos\theta + \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2}\operatorname{sen}\theta + 1 \\ z = \frac{1}{2}\cos\theta + \operatorname{sen}\theta + \frac{3}{2} \end{cases}$$

La curva C se puede expresar paramétricamente con la función $r(\theta)$ con $\theta \in [0, 2\pi)$

$$r(\theta) = \left(\frac{1}{2}\cos\theta + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\operatorname{sen}\theta + 1, \frac{1}{2}\cos\theta + \operatorname{sen}\theta + \frac{3}{2}\right)$$

b) el punto en el que me preguntan es
P = (0,1,1).
Primero quiero ver si dicho punto pertenece a la curva C. Para ello igualo coordenada a coordenada.

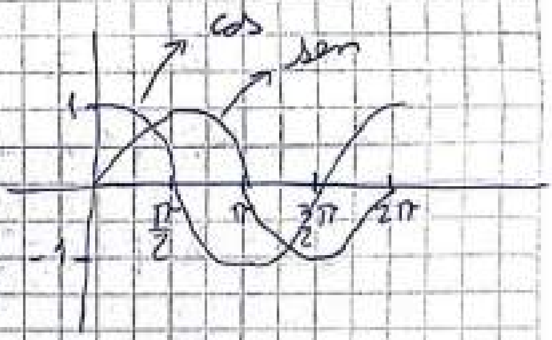
$$\begin{cases} 0 = \frac{1}{2}\cos\theta + \frac{1}{2} & (1) \\ 1 = \frac{1}{2}\operatorname{sen}\theta + 1 & (2) \\ 1 = \frac{1}{2}\cos\theta + \operatorname{sen}\theta + \frac{3}{2} & (3) \end{cases}$$

(1) $0 = \frac{1}{2}(\cos\theta + 1)$

$0 = \cos\theta + 1$

$\cos\theta = -1$

$\theta = \pi$ ✓



(1) $1 = \frac{1}{2}\operatorname{sen}\theta + 1$

$0 = \frac{1}{2}\operatorname{sen}\theta$

$0 = \operatorname{sen}\theta$

$\theta \in \{0, \pi\}$

(3) $1 = \frac{1}{2}\cos\theta + \operatorname{sen}\theta + \frac{3}{2}$

usa $\theta = \pi$ que cumple (1) y (2)

$1 = \frac{1}{2}(-1) + 0 + \frac{3}{2}$

$1 = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}$

$1 = 1$ ✓

Entonces $P \in C$, y esto es cuando

$$\theta = \pi \Rightarrow \gamma(\pi) = (0,1,1)$$

Luego para calcular la recta tangente en el punto P, primero debo calcular la derivada de $\gamma(\theta)$ que será la pendiente de la recta en el punto.

$$\gamma'(\theta) = \left(\frac{1}{2}(-1)\,\text{sen}\,\theta,\ \frac{1}{2}\cos\theta,\ \frac{1}{2}(-1)\,\text{sen}\,\theta + \cos\theta\right)$$

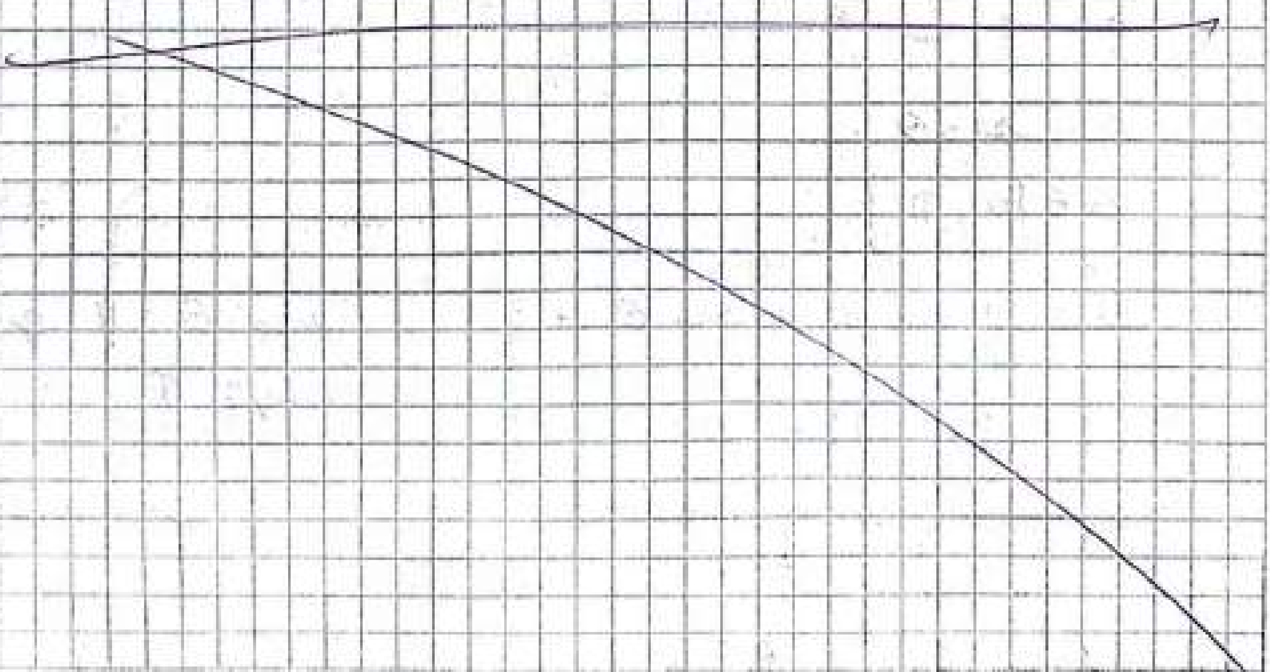
$$= \left(-\frac{1}{2}\,\text{sen}\,\theta,\ \frac{1}{2}\cos\theta,\ -\frac{1}{2}\,\text{sen}\,\theta + \cos\theta\right)$$

Finalmente debo evaluar $\gamma'(\theta)$ en $\theta = \pi$.

$$\gamma'(\pi) = \left(0,\ -\frac{1}{2},\ -1\right)$$

Y la recta tangente a la gráfica de C en el punto $(0,1,1)$ es

$$\mathbb{L}: \lambda\left(0, -\frac{1}{2}, -1\right) + (0,1,1)$$



Ej 2 A1

Ejercicio 2

Dada la función

$$F(x,y) = \frac{(y+1)^2\, x\, y^2 + a\, \operatorname{sen}(x^2)\, y}{x^4 + e^x\, y^2}$$

Calcular $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} F(x,y)$ para
- $a = 0$
- $a = 1$

Calculo el límite para $a = 0$

$$F(x,y) = \frac{(y+1)^2\, x\, y^2 + 0 \cdot \operatorname{sen}(x^2)\, y}{x^4 + e^x\, y^2}$$

$$= \frac{(y+1)^2\, x\, y^2}{x^4 + e^x\, y^2}$$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{(y+1)^2\, x\, y^2}{x^4 + e^x y^2}$$

Pruebo la existencia del límite primero por iterados.

$$\lim_{x\to 0}\left(\lim_{y\to 0} \frac{(y+1)^2\, x\, y^2}{x^4 + e^x y^2}\right) = \lim_{x\to 0} \frac{1\cdot 0}{x^4} = 0$$

$$\lim_{y\to 0}\left(\lim_{x\to 0} \frac{(y+1)^2\, x\, y^2}{x^4 + e^x y^2}\right) = \lim_{y\to 0} \frac{0}{1\cdot y^2} = 0$$

Esto no me dice que el límite existe, pero si el límite existe el mismo no puede ser distinto a 0.

$$f(x,y) = \frac{(y+1)^2 \, x \, y^2}{x^4 + e^x y^2}$$

Continuo probando ahora por curvas que pasen por el punto $(0,0)$

- $x = y$

$y \to 0$

$x \to 0$ ✓

$$\lim_{y \to 0} \frac{(y+1)^2 \, y \, y^2}{y^4 + e^y y^2} = \lim_{y \to 0} \frac{(y+1)^2 \, y^{\cancel{3}}}{(y^2 + e^y)\cancel{y^2}} \xrightarrow[y \to 0]{} \frac{0}{1} = 0$$

- $y = x^2$

$x \to 0$ ✓

$y \to 0$

$$\lim_{x \to 0} \frac{(x^2+1)^2 \, x \, x^4}{x^4 + e^{x} x^4} = \lim_{x \to 0} \frac{(x^2+1)^2 \, x^{\cancel{5}}}{(1 + e^{x})\cancel{x^4}} \xrightarrow[x \to 0]{} \frac{0}{2} = 0$$

- $y = x$

$x \to 0$ ✓

$y \to 0$

$$\lim_{x y \to 0} \frac{(x+1)^2 \, x \, x^2}{x^4 + e^x x y^2} = \lim_{x \to 0} \frac{(x+1)^2 \, x^{\cancel{3}}}{(x^2 + e^x)\cancel{x^2}} \xrightarrow[x \to 0]{} \frac{0}{1} = 0$$

✓

Ej 2 h 2

Parece que el límite es en efecto 0. Tengo que probarlo formalmente. MAL ⇒ al revés, dado $\varepsilon > 0$, existe $\delta > 0$

qvq ~~Existe un $\varepsilon > 0$, dado un $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$~~ tal que

$$| f(x,y) - 0 | < \varepsilon$$

siempre que

$$\| (x,y) - (0,0) \| < \delta$$

$$\left| \frac{(y+1)^2 \; x \; y^2}{x^4 + e^x y^2} - 0 \right|$$

$$= \frac{|(y+1)^2 \; x \; y^2|}{|x^4 + e^x y^2|}$$

$$= \frac{|y+1|^2 \; |x| \; |y|^2}{|x^4 + e^x y^2|}$$

$$= |y+1|^2 \; |x| \; \frac{|y|^2}{|x^4 + e^x y^2|} \; \frac{|e^x|}{|e^x|}$$

$$\underset{①}{\leq} \frac{|y+1|^2 \; |x|}{|e^x|}$$

① como $y^2 \geq 0$ siempre $|y^2 e^x|$ es siempre positivo y si en el denominador le dejo algo mayor a él mismo entonces la expresión es menor a 1.

$$\frac{|y^2 e^x|}{|x^4 + e^x y^2|} \leq 1 \quad \checkmark$$

Esta función tiende a 0
cuando $(x,y) \to (0,0)$

$$= \frac{|y+1|^2 \; |x|}{|e^x|} \overset{②}{\leq} \frac{|y+1|^2 \; |x|}{|1+x|}$$

② $|e^x| \geq |1+x|$ No hace falta esto

$$\leq |y+1|^2 \cdot 1 = y^2 + 2y + 1$$

$$\overset{③}{\leq} \|(x,y)-(0,0)\|^2 + 2\,\|(x,y)-(0,0)\| + 1$$

$$\leq \delta^2 + 2\delta + 1$$

③ $|y| \leq \|(x,y)-(0,0)\|$

Entonces el límite queda acotado
Entonces el límite existe y es 0 cuando
$a = 0$.

sigue en otra hoja.

Ej 2 1 3

Para $a = 1$

$$f(x,y) = \frac{(y+1)^2 x y^2 + \operatorname{sen}(x^2)\, y}{x^4 + e^x y^2}$$

analizo la nueva parte de la función. Como es el límite de una suma, el resultado es la suma de los límites si existen ambos.

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\operatorname{sen}(x^2)\, y}{x^4 + e^x y^2}$$

Por iterados el límite es cero, entonces el candidato a límite es 0

Por curvas

lim

$y = x^2$

$x \to 0$ ✓

$y \to 0$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}(x^2)\, x^2}{x^4 (1+e^x)} = \lim_{x\to 0} \underbrace{\frac{\operatorname{sen}(x^2)}{x^2}}_{\xrightarrow[x\to 0]{} 1} \cancel{\frac{x^2}{x^2}} \underbrace{\frac{1}{1+e^x}}_{\to \frac{1}{2}}$$

$$\xrightarrow[x\to 0]{} \frac{1}{2}$$ ✓

Como encontré una curva donde el límite es distinto de 0. y otra donde lo es, el límite no existe.

Rta $a = 1 \Rightarrow$ el límite no existe

CA

$$\lim_{x \to 0} \left(\lim_{y \to 0} \frac{\text{sen}(\cancel{y}\, x^2)\, y}{x^4 + e^x y^2} \right) = \lim_{x \to 0} \frac{\text{sen}(x^2) \cdot 0}{x^4}$$

$$= \lim_{x \to 0} 0 = 0$$

$$\lim_{y \to 0} \left(\lim_{x \to 0} \frac{\text{sen}(x^2)\, y}{x^4 + e^x y^2} \right)$$

$$= \lim_{y \to 0} \frac{0 \cdot y}{0 + 1 \cdot y^2} = \lim_{y \to 0} 0 = 0$$

fin CA

Ej 3 A1

Ejercicio 3

sea $F(x,y) = \begin{cases} \dfrac{y^4 \cos(x) + \operatorname{sen}\left((x-1)^2 y\right)}{\frac{1}{3}(x-1)^2 + y^2} & \text{si } (x,y) \neq (1,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (1,0) \end{cases}$

a) Estudiar continuidad de F en su dominio

b) Decidir si es diferenciable en el (1,0)

a) Para decidir si es continua debo ver que $\forall (x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ (su dominio) se cumpla que

$$F(x_0, y_0) = \lim_{(x,y)\to(x_0,y_0)} F(x,y)$$

El único punto de posible discontinuidad lo veo en el (1,0), donde el denominador de la función se hace 0. Entonces quiero ver que

$$F(1,0) = 0 = \lim_{(x,y)\to(1,0)} F(x,y)$$

$$\lim_{(x,y)\to(1,0)} \frac{y^4\cos x + \operatorname{sen}\left((x-1)^2 y\right)}{\frac{1}{3}(x-1)^2 + y^2}$$

Ya tengo un candidato a límite, que es 0, pero busco si en alguna curva el límite sea distinto.

Pruebo por límites iterados

$$\lim_{x\to 1}\left(\lim_{y\to 0} \frac{\underbrace{y^4\cos(x)}_{\to 0\cdot\cos(x)} + \underbrace{\operatorname{sen}\left((x-1)^2 y\right)}_{\to \operatorname{sen}((x-1)^2\cdot 0)\to \operatorname{sen}(0)=0}}{\frac{1}{3}(x-1)^2 + \underbrace{y^2}_{\to 0}}\right)$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{0}{\underbrace{\frac{1}{3}(x-1)^2}_{\to 0}} = 0$$

$$\lim_{y\to 0}\left(\lim_{x\to 1} \frac{y^4\cos x + \operatorname{sen}\left((x-1)^2 y\right)}{\frac{1}{3}(x-1)^2 + y^2}\right)$$

$$= \lim_{y\to 0} \frac{0}{y^2} = 0$$

Por iterados no tuve un nuevo límite distinto.

Pruebo ahora por curvas

Ej 3 b2

los separo, álgebra de límites

- $x = y + 1$ $\quad y \to 0 \quad x \to 1$

$$\lim_{y \to 0} \frac{y^4 \cos(y+1)}{\frac{1}{3}(y+1-1)^2 + y^2} + \lim_{y \to 0} \frac{\operatorname{sen}\left((y+1-1)^2 y\right)}{\frac{1}{3}(y+1-1)^2 + y^2}$$

$$= \lim_{y \to 0} \frac{y^{\cancel{4}\,2} \cos(y+1)}{\frac{4}{3}\cancel{y^2}} + \lim_{y \to 0} \frac{\operatorname{sen}(y^2 y)}{\frac{4}{3} y^2}$$

$$= \lim_{y \to 0} \frac{3}{4} y^2 \cos(y+1) + \lim_{y \to 0} \frac{3}{4} \frac{\operatorname{sen}(y^3)}{y^2} \frac{y}{y}$$

$$= \lim_{y \to 0} \underbrace{\frac{3}{4} y^2 \underbrace{\cos(y+1)}_{\to 1}}_{\to 0} + \lim_{y \to 0} \underbrace{\frac{3}{4} y \underbrace{\frac{\operatorname{sen}(y^3)}{y^3}}_{\to 1}}_{\to 0}$$

$$= 0$$

- $y = x - 1$ $\quad x \to 1 \quad y \to 0$

$$\lim_{x \to 1} \frac{(x-1)^4 \cos(x) + \operatorname{sen}\left((x-1)^2 (x-1)\right)}{\frac{1}{3}(x-1)^2 + (x-1)^2}$$

$$= 0$$

Estoy moderadamente convencido que el límite es 0. Tengo que probarlo formalmente

q.v.q. Existe un $\varepsilon > 0$, tal que $\underline{\text{existe}}$ $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$

$$| F(x,y) - 0 | < \varepsilon$$

siempre que

$$\| (x,y) - (1,0) \| < \delta$$

$$\left| \frac{y^4 \cos(x) + \operatorname{sen}((x-1)^2 y)}{\frac{1}{3}(x-1)^2 + y^2} \right|$$

$$\underset{①}{=} \frac{| y^4 \cos(x) + \operatorname{sen}((x-1)^2 y) |}{\frac{1}{3}(x-1)^2 + y^2}$$

① xq el denominador es siempre positivo.

$$\underset{②}{\leq} \frac{| y^4 \cos(x) + \operatorname{sen}((x-1)^2 y) |}{\frac{1}{3}(x-1)^2 + \frac{1}{3} y^2}$$

② achico el denominador entonces agrando la expresión

$$= 3 \cdot \frac{| y^4 \cos(x) + \operatorname{sen}((x-1)^2 y) |}{\| (x,y) - (1,0) \|^2}$$

$$\underset{③}{\leq} \frac{3 \left(| y^4 \cos(x) | + | \operatorname{sen}((x-1)^2 y) | \right)}{\| (x,y) - (1,0) \|^2}$$

③ desigualdad triangular en el numerador

$$\underset{④}{\leq} \frac{3 \left(|y|^4 \cdot 1 + |x-1|^2 \, |y| \right)}{\| (x,y) - (1,0) \|^2}$$

④ acoto el coseno por 1 $\cos(x) \leq 1$

acoto el seno por su función interior

$|y^4| = y^4$ ✓

Ej 3 h 3

$$= 3\,\frac{\left(|y|^4 + |x-1|^2\,|y|\right)}{\|(x,y)-(1,0)\|^2}$$

$$\underset{⑤}{\leq} 3\,\frac{\left(\|(x,y)-(1,0)\|^4 + \|(x,y)-(1,0)\|^2\,\|(x,y)-(1,0)\|\right)}{\|(x,y)-(1,0)\|^2}$$

⑤ $|y| \leq \|(x,y)-(1,0)\|$

$|x-1| \leq \|(x,y)-(1,0)\|$ ✓

$$= 3\,\frac{\|(x,y)-(1,0)\|^{\cancel{4}\,2}}{\cancel{\|(x,y)-(1,0)\|^2}} + 3\,\frac{\|(x,y)-(1,0)\|^{\cancel{3}}}{\cancel{\|(x,y)-(1,0)\|^2}}$$

$$= 3\,\|(x,y)-(1,0)\|^2 + 3\,\|(x,y)-(1,0)\|$$

$$\underset{⑥}{\leq} 3\,\delta^2 + 3\,\delta$$

⑥ Por hypótesis la norma está acotada por δ.

$$= 3\,\delta\,(\delta+1)$$ ✓

Entonces encontré una cota en función de ε así que el límite existe y es 0. Finalmente también probé que f(x,y) es continua en el (1,0) así que es continua en todo su dominio.

b) ¿ Es $F(x,y)$ diferenciable en el $(1,0)$?

Para saber si es diferenciable debo analizar que se cumplan los requisitos de diferenciabilidad y esos son

i) Existencia de las derivadas parciales de F en el punto $(1,0)$

Las busco por definición

$$\lim_{h \to 0} \frac{F(1+h,0) - F(1,0)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\dfrac{0^4 \cos(1+h) + \operatorname{sen}\left(((h+1)-1)^2 \cdot 0\right)}{\frac{1}{3}(h+1-1)^2 + 0^2}}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{0}{\frac{1}{3}h^3} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial F(1,0)}{\partial x} = 0$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{F(1,0+h) - F(1,0)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{h^4 \cos(1) + \operatorname{sen}(0^2 \cdot y)}{\frac{1}{3} \cdot 0 + h^2} \cdot \frac{1}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{h \cos(1) + 0}{h^3}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\cancel{h} \cos(1)}{h^{\cancel{3}2}} = \lim_{h \to 0} \frac{\cos(1)}{h^2}$$

Ej 3 h 4

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\cos(1)}{h^2} = \infty$$

Entonces esto límite no existe
así que esto función no tiene derivada parcial respecto a y en el (1,0).
Finalmente F(x, y) no es diferenciable

Escaneado con CamScanner

Ej 4 h 1

Ejercicio 4

a) Probar que la ecuación

$$y e^{xz} + x z^2 + x^2 y = y z$$

define implícitamente una función diferenciable $x = \varphi(y, z)$ en un entorno del punto $(2, 1)$ tal que $\varphi(2, 1) = 0$

Sea la ecuación

$$y e^{xz} + x z^2 + x^2 y = y z$$

$$y e^{xz} + x z^2 + x^2 y - y z = 0$$

Defino a $F(x, y, z)$ como

$$F(x, y, z) = y e^{xz} + x z^2 + x^2 y - y z$$

F es C^1 y su gradiente es

$$\nabla F(x, y, z) = \big(y e^{xz} z + z^2 + 2 x y,\ e^{xz} + x^2 - z,\ y e^{xz} x + 2 z x - y \big)$$

Si interpreto a $F(x, y, z) = 0$ como una ecuación de una superficie de nivel y analizo dicha ecuación en el punto

~~$(2, 1, 0) = (x, y, z)$~~ $(0, 2, 1) = (x, y, z)$

El Teorema de la función implícita me dice de si mi función F es C^1 (como antes dije, lo es) y su gradiente en el punto no es 0 en z X existe una función implícita en el punto definido como $x = \varphi(y, z)$

Evalua el gradiente en el punto $(0, 2, 1)$

$$\nabla F(0,2,1) = (2+1+0,\ 1+0-1,\ 0+0-2)$$
$$= (3, 0, -2)$$

Observo que $F_x(0,2,1) = 3 \neq 0$

Entonces aplican los requisitos del TFI

Entonces $\varphi(y,z)$ efectivamente existe en un entorno del $(0,2,1)$ y más aún sus derivadas valen

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y}(2,1) = -\frac{F_y(0,2,1)}{F_x(0,2,1)}$$

$$= -\frac{0}{3} = 0$$

$$\underbrace{\frac{\partial \varphi}{\partial y}(2,1) = 0}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z}(2,1) = -\frac{F_z(0,2,1)}{F_x(0,2,1)}$$

$$= -\frac{(-2)}{3}$$

$$= \frac{2}{3}$$

$$\underbrace{\frac{\partial \varphi}{\partial z}(2,1) = \frac{2}{3}}$$

Escaneado con CamScanner

Ej 4 b 2

b) Sea $\alpha(t) = (2e^{2t}, 1 - \operatorname{sen}(t))$

calcular $\dfrac{\partial(\varphi \circ \alpha)}{\partial t}(0)$

Para calcular esta derivada necesito usar la regla de la cadena

llamo $y(t) = 2e^{2t}$

$z(t) = 1 - \operatorname{sen}(t)$

y tengo

$$\frac{\partial(\varphi\circ\alpha)}{\partial t}(t) = \frac{\partial \varphi}{\partial y}(\alpha(t))\,\frac{\partial y}{\partial t}(t) + \frac{\partial \varphi}{\partial z}(\alpha(t))\,\frac{\partial z}{\partial t}(t)$$

$\cancel{\varphi}\ \alpha(0) = (2, 1)$

así $\varphi(\alpha(0)) = \varphi(2,1)$

calculo las parciales de $\cancel{s}$ $y(t)$ y $z(t)$

$\dfrac{\partial y}{\partial t}(t) = 2 \cdot e^{2t} \cdot 2 \Rightarrow \dfrac{\partial y}{\partial t}(0) = 4 \cdot 1 = 4$

$\dfrac{\partial z}{\partial t}(t) = -\cos(t) \Rightarrow \dfrac{\partial z}{\partial t}(0) = -1$

Finalmente

$$\frac{\partial(\varphi\circ\alpha)}{\partial t}(0) = 0 \cdot 4 + \frac{2}{3} \cdot (-1)$$

$$= -\frac{2}{3}$$